

考虑线路故障的随机潮流

胡泽春, 王锡凡, 张 显, 王秀丽

(西安交通大学电气工程学院, 陕西省 西安市 710049)

PROBABILISTIC LOAD FLOW METHOD CONSIDERING BRANCH OUTAGES

HU Ze-chun, WANG Xi-fan, ZHANG Xian, Wang Xiu-li

(Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, Shaanxi Province, China)

ABSTRACT: This paper proposes a probabilistic load flow (PLF) method considering random branch outages as well as uncertainties of nodal power injections. Branch outages are simulated by suitable power injections at corresponding nodes. Fluctuation of loads and unscheduled unit outages are all considered as disturbances of nodal power injections. Linearization formulation of power flow equations are employed to solve the variations of state variables under these uncertainties. To reduce the error raised by linearization, deterministic power flow is run under those discrete disturbances which have considerable influences to the system. To obtain the cumulants of the distributions of nodal voltages and branch powers, continuous and discrete distribution parts are calculated respectively. The discrete distribution is solved by the method proposed by Von Mises based on moments. The distribution functions of nodal voltages and branch powers are found by convoluting their discretely and normally distributed part. Influence of branch outages to the results is analyzed through a case study of the RTS 24-node system. Tests show that the proposed PLF method can obtain similar results as Monte Carlo simulation method with much higher speed. An application of the proposed PLF method to a practical system is also given to show usefulness of the proposed method.

KEY WORDS: Power system; Probabilistic load flow; Branch outage; Probability distribution function; Cumulant

摘要: 该文给出了一种考虑线路随机故障的随机潮流算法。文中将线路随机故障等效为线路端节点注入功率的扰动, 将负荷波动和发电机故障都当作节点注入功率的变化, 以线性化的潮流方程计算它们引起节点电压和支路功率的变化量。为减小线性化引起的误差, 对系统影响较大的离散扰动以确定性潮流计算系统状态的变化。在求节点电压和支路功率分

布的各阶半不变量时对连续正态分布和离散分布 2 部分分别计算。用 Von Mises 提出的方法由各阶矩求离散分布, 与正态分布卷积后获得电压和支路功率的分布函数。对 RTS24 节点系统的算例分析了线路故障对随机潮流结果的影响。测试表明, 文中的随机潮流算法和蒙特卡罗法计算结果是一致的, 计算速度则要快得多。对某实际系统的测试则给出了随机潮流应用的可能性。

关键词: 电力系统; 随机潮流; 线路故障; 分布函数; 半不变量

1 引言

在电力系统的运行和规划中存在多种不确定因素, 开发考虑这些不确定因素的规划^[1]和可靠性分析^[2]工具符合实际需要。2003 年的美加大停电^[3-12]后国内、外对系统安全和可靠性高度关注, 加强对电力系统安全性和稳定性的概率性^[13-14]研究尤为重要。随机潮流^[15]因可以直接给出系统运行情况的一些概率性指标而有望成为一项重要的工具。

传统潮流计算的负荷、发电机出力、网络结构和参数都是确定的。对负荷预测或量测的误差、发电和输电元件的随机故障等, 若以确定性潮流计算系统的每种可能状态, 则计算量巨大且统计分析复杂。随机潮流则可以考虑上述随机因素, 计算出节点电压和支路功率的统计信息(期望值、方差及分布函数等), 能更全面地反映系统的运行条件^[16-19]。

解析法随机潮流的模型中一般没有考虑线路的随机故障^[16,18-19], 原因主要有: ①不能直接用线性化的潮流方程求取线路故障引起系统状态的波动; ②线路故障对系统状态的影响一般比节点注入功率波动的影响大, 以常用的 Gram-Charlier 级数展开式求分布函数的方法^[19-21]可能会失效。Allan 等^[17]曾提出考虑线路故障的随机潮流模型。此模型需要计

基金项目: 国家重点基础研究专项经费项目(2004CB217905)。

Project Supported by Special Fund of the National Priority Basic Research of China (2004CB217905).

算在每种线路故障的状态下，考虑其他随机因素时系统待求变量的分布函数，再合成变量的最终分布，计算量很大。

在计算随机潮流时，为求各种随机因素对系统状态的影响，一般先将潮流方程线性化，然后利用随机变量之间的线性关系进行卷积运算。而采用常规卷积或快速傅立叶分解等算法的运算量很大。半不变量^[19]可将独立随机变量的卷积运算转化为简单的加法计算而提高计算效率。本文将采用半不变量法分别计算连续（正态）分布和离散分布的随机因素对节点电压和支路功率的影响，以获得相应的半不变量。用 Von Mises^[18,22]提出的方法求离散部分的分布，再与正态分布卷积即得随机变量的分布函数。为利用线性化的潮流方程，本文将线路随机故障等效为线路端节点注入功率的 0-1 分布。为减小误差，对系统影响较大的离散扰动，本文以确定性潮流计算系统遭扰动后的新状态。

本文将以 RTS 24 节点系统为算例，分析线路故障对随机潮流结果的影响并与蒙特卡罗法(Monte Carlo)的结果作比较。算例部分还以随机潮流为工具分析某实际电网峰荷方式的运行情况。

2 模型

2.1 线性化潮流方程

本文的随机潮流同时考虑了负荷波动、发电机强迫停运和线路随机故障，将这些因素当作随机扰动处理。为获得待求变量（待求变量包括节点电压和线路功率，下文同）在这些扰动作用下的变化量，在确定性潮流结果的基础上将潮流方程线性化。

将系统的潮流方程可表示为

$$S = f(V) \quad (1)$$

式中 S 为节点注入功率向量； V 为节点电压构成的状态向量； f 表示潮流方程。

为计算注入功率扰动的影响，在基准运行点处利用泰勒级数展开并忽略高次项，可得

$$V = V_0 + J_0^{-1} \cdot DS \quad (2)$$

式中 V_0 为基准运行状态的电压向量； J_0 为潮流计算最后一次迭代的雅可比矩阵； J_0^{-1} 为灵敏度矩阵。

支路功率可由支路两端节点的电压向量表示，所有支路的功率可综合为

$$R = g(V) \quad (3)$$

式中 g 为计算支路功率的方程组。

按同样的处理方法，可获得支路功率与节点电

压变化的线性关系公式为

$$R = R_0 + G_0 \cdot DV \quad (4)$$

$$G_0 = (\partial R / \partial V) |_{V=V_0} \quad (5)$$

式中 R_0 为基准状态下的支路潮流。 G_0 元素的求取见文献[19]。

将式(2)和(4)综合可得

$$R = R_0 + T_0 \cdot DS \quad (6)$$

$$T_0 = G_0 \cdot J_0^{-1} \quad (7)$$

2.2 离散分布的处理

随机潮流中的连续分布为负荷的正态分布，用线性化后的潮流方程计算待求变量的变化快速而简单^[19]，且负荷波动不大时误差较小^[23]。而对包括线路随机故障、负荷和发电机的离散分布，则需要考虑误差的大小。

(1) 线路故障。与注入功率变化不同，线路故障后系统结构发生变化，不能直接用第 2.1 节推导的公式计算待求变量的变化^[24]。如果在故障支路的端节点 i 和 j 增加 2 个虚拟电源，当注入的功率分别与从支路 $i-j$ 两端流出的功率相等时，系统的状态与支路 $i-j$ 断开后的状态是相同的。支路正常运行时虚拟电源的注入等于 0。现希望求出支路故障时 2 个注入源的大小，如图 1 所示。假设线路故障前两端流出的功率为 $P_{ij} + jQ_{ij}$ 和 $P_{ji} + jQ_{ji}$ ；在线路两端增加虚拟注入源 $\Delta P_i + j\Delta Q_i$ 和 $\Delta P_j + j\Delta Q_j$ ，引起线路功率的变化为 $\Delta P_{ij} + j\Delta Q_{ij}$ 和 $\Delta P_{ji} + j\Delta Q_{ji}$ ，则在式(8)、(9)成立时系统状态与支路 $i-j$ 故障后的状态等效。

$$\Delta P_i + j\Delta Q_i = (P_{ij} + \Delta P_{ij}) + j(Q_{ij} + \Delta Q_{ij}) \quad (8)$$

$$\Delta P_j + j\Delta Q_j = (P_{ji} + \Delta P_{ji}) + j(Q_{ji} + \Delta Q_{ji}) \quad (9)$$

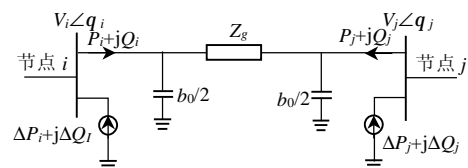


图 1 以注入功率等效线路故障后的状态

Fig. 1 System state after branch outage simulated by equivalent power injections

将式(8)、(9)改写为

$$\begin{bmatrix} P_{ij} \\ Q_{ij} \\ P_{ji} \\ Q_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \\ \Delta P_j \\ \Delta Q_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta P_{ij} \\ \Delta Q_{ij} \\ \Delta P_{ji} \\ \Delta Q_{ji} \end{bmatrix} = [I_{4 \times 4} - T'_{4 \times 4}] \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \\ \Delta P_j \\ \Delta Q_j \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中 $I_{4 \times 4}$ 为单位阵，且

$$\mathbf{T}'_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ij}}{\partial P_i} & \frac{\partial P_{ij}}{\partial Q_i} & \frac{\partial P_{ij}}{\partial P_j} & \frac{\partial P_{ij}}{\partial Q_j} \\ \frac{\partial Q_{ij}}{\partial P_i} & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial Q_i} & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial P_j} & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial Q_j} \\ \frac{\partial P_{ji}}{\partial P_i} & \frac{\partial P_{ji}}{\partial Q_i} & \frac{\partial P_{ji}}{\partial P_j} & \frac{\partial P_{ji}}{\partial Q_j} \\ \frac{\partial Q_{ji}}{\partial P_i} & \frac{\partial Q_{ji}}{\partial Q_i} & \frac{\partial Q_{ji}}{\partial P_j} & \frac{\partial Q_{ji}}{\partial Q_j} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$\mathbf{T}'_{4 \times 4}$ 实际上是 \mathbf{T}_0 的一个子矩阵, 在随机潮流计算时先计算基准状态的确定性潮流, 然后形成矩阵 \mathbf{T}_0 。在处理线路故障时只需从 \mathbf{T}_0 中选取对应的元素即可形成 $\mathbf{T}'_{4 \times 4}$ 。多重线路故障的推导与上述过程类似。

求出虚拟电源注入功率的大小后, 可将线路的随机故障看成在断线端节点虚拟注入功率的 0-1 分布。这样, 对于支路故障可采用与注入功率扰动相同的处理方法。

然而, 上述公式实际上是基于灵敏度推导的。有些支路故障对系统的影响较大, 等效注入功率远大于节点负荷的扰动, 因而以灵敏度矩阵计算产生的误差可能不容忽视。求出虚拟注入功率后, 应用式(2)计算节点 i 和 j 电压相角的变化量 Δq_i 和 Δq_j 。如果 $|\Delta q_i|$ 、 $|\Delta q_j|$ 或 $|\Delta q_i - \Delta q_j|$ 超过某一阈值 ΔC_f , 对于此支路则应采用补偿法^[25]求支路故障后的状态。

(2) 发电机故障和负荷离散分布。发电机故障一般当做节点注入功率的扰动处理。考虑到 PV 节点的特殊性并减少以灵敏度计算带来的误差, 将发电机故障采取与支路故障类似的处理方法。对每个发电机节点每种类型的发电机, 先用式(2)计算其故障后对本节点相角的影响。如果相角变化小于阈值 ΔC_f , 则当做节点注入功率的扰动处理; 否则, 重新计算潮流 (其他随机变量均取正常状态, 电压初始值取已求得的基准状态值), 以获得故障后待求变量的值^[25]。

就随机扰动而言, 一个节点负荷呈几个离散点分布与节点有几台故障率大于 0 的发电机是雷同的。所以对负荷离散分布, 可采用与发电机故障类似的处理方法。

综上所述, 对于负荷的离散分布、发电机和线路的随机故障, 统一转化为节点注入功率的离散分布处理。先计算各离散点对相应节点角度变化的影响, 如果角度变化大于阈值 ΔC_f , 则精确计算待求变

量的新状态。

3 随机变量及其分布

3.1 概述

为了求出待求变量在所考虑的随机因素下的分布, 本文使用了随机变量的矩和半不变量, 并采用了 Von Mises 提出的方法由各阶矩求随机变量离散部分的分布。

3.2 随机变量的矩^[26]

对于一个连续分布的随机变量 x , 已知它的分布函数为 $F_x(x)$, 则其 $r(r \geq 0)$ 阶矩的定义为

$$m_r = E(x^r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r dF_x(x) \quad (12)$$

式中 $E(\cdot)$ 表示随机变量的数学期望。

对于离散分布的变量 x , 若已知其各离散点的取值 x_i 及对应的概率 p_i , 则其 r 阶矩的定义为

$$m_r = E(x^r) = \sum_i p_i x_i^r \quad (13)$$

下面以连续分布为例给出半不变量的定义及矩和半不变量间的关系, 并且假设变量的各阶矩是存在的。将积分运算退化为叠加运算, 则不难推导离散分布对应的定义和性质。

3.3 随机变量的半不变量^[26]

对随机变量 x , 其特征函数 (Characteristic Function) 的定义为

$$j_x(t) = E[e^{itx}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} dF_x(x) \quad (14)$$

式中 $i = \sqrt{-1}$ 。

对特征函数取自然对数并以麦克劳林 (MacLaurin) 级数展开, 则有

$$\ln j_x(t) = \sum_{r=1}^s \frac{k_r}{r!} (it)^r + o(t^s) \quad (15)$$

式中 k_r 为 r 阶半不变量 (semi-invariant 或 cumulant); $o(t^s)$ 为展式的余项。

性质 1: 独立随机变量之和的各阶半不变量等于各随机变量的各阶半不变量之和。

利用数学期望的性质不难证明此性质。

性质 2: 随机变量 a 倍的 $r(r \geq 1)$ 阶半不变量等于该变量的 r 阶半不变量的 a^r 倍。

设 $x' = ax + b$, 则 x' 的特征函数为

$$j_{x'}(t) = e^{itb} j_x(at) \quad (16)$$

$$\ln j_{x'}(t) = \ln[e^{itb} j_x(at)] = \sum_{r=1}^s \frac{k_r}{r!} (it)^r + o(t^s) \quad (17)$$

式中 k'_r 为 x' 的 r 阶半不变量。

根据式(15)有

$$\sum_{r=1}^s \frac{k_r'}{r!} (it)^r + o(t^s) = (itb) + \sum_{r=1}^s \frac{k_r}{r!} (iat)^r + o(at^s) \quad (18)$$

因此有

$$k_r' = \begin{cases} a^r k_r + b & r=1 \\ a^r k_r & r>1 \end{cases} \quad (19)$$

3.4 矩与半不变量的关系

半不变量具有非常重要的性质，但根据定义却不能直接求出随机变量的各阶半不变量，而求随机变量的矩则相对容易。以下简单的递推关系式非常实用^[27]：

$$k_1 = m_1 \quad (20)$$

$$k_{r+1} = m_{r+1} - \sum_{j=1}^r C_r^j m_j k_{r-j+1} \quad (21)$$

$$m_1 = k_1 \quad (22)$$

$$m_{r+1} = k_{r+1} + \sum_{j=1}^r C_r^j m_j k_{r-j+1} \quad (23)$$

式中 C_r^j 表示从 $r(r>0)$ 个不同元素中取 $j(j \leq r)$ 个元素的组合数。

3.5 由随机变量的矩求离散分布

Von Mises 在文献[22]中给出了以前 $2r-1$ 阶矩确定一个阶梯分布函数的方法如下：

定义： $D_0 = m_0$

$$D_1 = \begin{vmatrix} m_0 & m_1 \\ m_1 & m_2 \end{vmatrix}$$

$$\vdots$$

$$D_{r-1} = \begin{vmatrix} m_0 & m_1 & \cdots & m_{r-1} \\ m_1 & m_2 & \cdots & m_r \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{r-1} & m_r & \cdots & m_{2r-2} \end{vmatrix} \quad (24)$$

可以证明，对于具有大于 $r-1(r>1)$ 个离散点的阶梯分布， D_0 至 D_{r-1} 都大于 0。设离散分布有 r 个离散点，则解式(25)可得各离散点的位置 x_i 。

$$x^r + c_{r-1}x^{r-1} + \cdots + c_1x + c_0 = 0 \quad (25)$$

式中的系数 c_i 由以下方程组给出：

$$D_{r-1} \mathbf{c} = \mathbf{M} \quad (26)$$

式中 D_{r-1} 为与行列式 D_{r-1} 元素相同的矩阵；其右端向量为

$$\mathbf{M} = [-m_r, -m_{r+1}, \cdots, -m_{2r-1}]^T \quad (27)$$

可以证明式(25)的所有根均为实根且各不相同。获得各离散点的位置后，由离散分布矩的定义式(13)，可由式(28)求解各点 x_i 对应概率 p_i ：

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_r \\ x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_r^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1^{r-1} & x_2^{r-1} & \cdots & x_r^{r-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_0 \\ m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{r-1} \end{bmatrix} \quad (28)$$

至此可以完全确定一个前 $2r-1$ 阶矩已知的离散分布。如果离散分布的离散点多于 r 个，则求得分布是对实际分布的逼近，因为它们的前 $2r-1$ 阶矩完全相同。

4 待求变量的分布函数

4.1 待求变量的半不变量

假设各随机因素是独立的，应用半不变量的性质 1，可将每个节点由各随机因素引起注入功率扰动的各阶半不变量叠加。根据式(2)和(6)，应用半不变量的性质 2，即可求得待求变量的各阶半不变量。对于对应角度变化大于 ΔC_f 的离散分布，根据求出的新状态与正常状态之差，可方便地求出离散扰动引起待求变量变化的半不变量，然后累加即可。

4.2 求连续和离散分布

独立正态分布之和仍为正态分布，只需计算出一阶和二阶半不变量即可获得待求变量正态分布部分的期望值和方差。对于待求变量的离散部分，可采用 Von Mises 的方法确定。在随机潮流计算中，待求变量离散部分的离散点数 r 较多，而完全确定此分布需要计算前 $2r-1$ 阶矩，计算量将很大。由于多数离散扰动对待求变量的影响很小，可以用较少的离散点(r')来近似拟合。如果 $r'=5$ ，则只需要用到前 9 阶矩。这与 Gram-Charlier 级数展开式用前几阶半不变量类似。不同的是，Von Mises 的求解方法用到矩的阶数越高则所得的分布越接近真实分布。本文在用 Von Mises 的方法求解时用了前 9 阶矩，算例结果已令人满意。

4.3 合成分布函数

待求随机变量 Z 等于离散分布 X 与连续分布 Y 之和，即

$$Z = X + Y \quad (29)$$

根据卷积的定义， Z 的概率密度函数为

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_Y(z-x)f_X(x)dx = \sum_{i=1}^{g'} p_i f_Y(z-x_i) \quad (30)$$

式中 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$ 分别为 X 和 Y 的概率密度函数。 Y 为正态分布，所以

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-(y-m)^2/2\sigma^2) \quad (31)$$

标准正态分布的分布函数为

$$F(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp(-\tilde{y}^2/2) d\tilde{y} \quad (32)$$

则最终的分布函数可表示为

$$F_Z(z) = \sum_{i=1}^g p_i f\left(\frac{z-(x_i+m)}{\sigma}\right) \quad (33)$$

5 计算流程

根据第2节的模型和第3、4节求待求变量分布函数的方法,考虑线路故障的随机潮流算法流程如图2所示。对各个步骤的简要说明如下:

(1) 随机潮流计算所需的数据包括基准状态的潮流数据;正态和离散分布负荷信息;故障机组台数、出力和强迫停运率;故障线路信息。

(2) 用牛顿法计算确定性潮流,根据最后一次迭代的雅可比矩阵求得灵敏度矩阵 J_0^{-1} 和 T_0 。

(3) 根据线性化方程式(2)和(6),计算正态分布的负荷波动引起待求变量变化的半不变量。由于正态分布2阶以上的半不变量均为0,所以只需求前2阶半不变量。

(4) 求各种离散分布引起待求变量变化的各阶半不变量,处理方法如第2.2节所述。

(5) 根据步骤4计算出的待求变量离散部分的各阶半不变量,用 Von Mises 阶梯函数拟合离散分布,求出各离散点和对应的概率。

(6) 根据第4.3节的方法获得待求变量的概率密度函数和分布函数。

(7) 输出待求变量的期望值、方差及在各点分布函数的值。为加快计算速度,程序中内置了标准正态分布表。

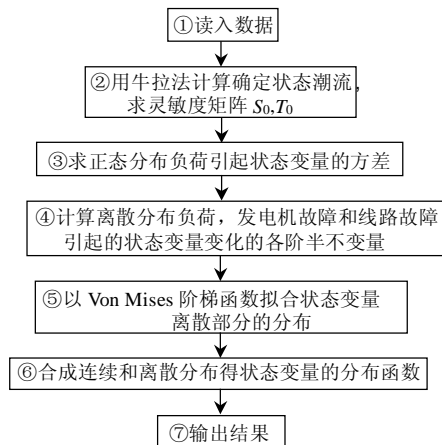


图2 随机潮流计算流程图

Fig. 2 Flowchart of the probabilistic load flow method

6 算例分析

6.1 RTS24 节点系统

此系统的支路、节点负荷和发电机信息完全取自文献[28]。 ΔC_f 取值为 0.1rad。假设各节点负荷服从正态分布,期望值等于峰荷值,标准差取期望值的 10%。考虑可能故障的发电机组 32 台,支路 30 条(没有考虑会导致系统解裂的线路故障),同时考虑 4 路同构(common structure)输电线的故障,故障率取单条线路故障率的 30%。线路故障率按下式计算:

$$P_l = a \cdot I_p \cdot D_{ur} / 8760 \quad (34)$$

式中 I_p 为永久性故障率,年; D_{ur} 表示故障持续时间; a 为比例系数,若取 1,则线路的故障率很小(平均值为 0.4%)。为说明考虑线路故障对随机潮流结果的影响,将线路故障率扩大 10 倍, a 取 10。

节点电压合格的范围为(0.95,1.05)pu。不考虑线路故障时,该系统所有节点电压变化均在合格范围内。而考虑线路故障后,节点 3 和节点 24 的电压分别有 0.57% 和 0.56% 的概率小于 0.95pu。以电压较低的节点 24 为例,图 3 给出了考虑和不考虑线路故障时电压幅值的分布曲线(CDC)。

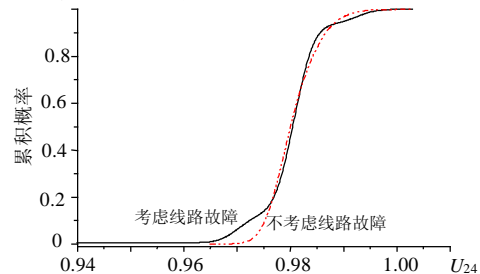


图3 节点24电压幅值的分布曲线CDC

Fig. 3 CDC of voltage magnitude of node 24

以文献[28]中线路持续运行的额定功率值作为线路有功的上限,在不考虑线路故障时,除线路7-8以外,其他线路均不会过载。考虑线路故障后,线路1-5,15-16,15-24和16-19则有可能过载,其中,线路15-24的有功概率密度曲线(PDC)如图4所示。虽然线路的故障率较发电机的强迫停运率小得多,但对支路潮流分布的影响却不容忽视。考虑线路故障后,图4所示的概率密度曲线的尾部较长,常用的 Gram-Charlier 展开式在此已不能适用。

对于 RTS 系统,只考虑单台发电机故障的开断潮流或单条线路故障的 $N-1$ 检验,系统的电压和支路功率均不会越限(支路故障使个别节点解裂除外)。而综合考虑负荷波动、发电机故障和线路故障

后，可以发现系统的潜在问题和薄弱环节。支路故障由于改变了系统结构，对系统状态的影响更大，所以考虑线路故障的随机潮流能够提供更全面、可靠的概率信息。

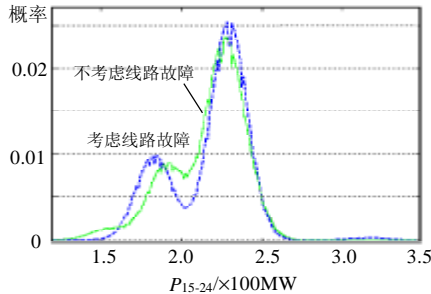


图 4 支路 15-24 的有功潮流概率密度曲线 PDC
Fig. 4 PDC of active power flow of line 15-24

现比较随机潮流与蒙特卡罗法模拟的结果。为加快蒙特卡罗法的计算速度，采用 PQ 分解法计算潮流。程序中保存了 B' 和 B'' 的逆矩阵，在抽样中无线路故障时直接进入迭代计算。蒙特卡罗法的最大抽样次数为 50000 次。采用文献[1]中定义的标准差的根均值(A_{RMS})来度量 2 种方法的差值为

$$A_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (M_{C_i} - P_{R_i})^2}{N}} \quad (35)$$

式中 M_{C_i} 、 P_{R_i} 分别表示用蒙特卡罗法和随机潮流方法求得点 i 的累积概率值。统计点在蒙特卡罗法所得分布函数的取值范围内均匀选取， N 表示选取的总点数。对于节点电压和支路有功，各点的间距分别为 0.0001pu 和 0.1MW。

节点电压幅值期望值之差 d_{EXP} (取绝对值) 和 A_{RMS} 如表 1 所示。可以看出，电压幅值的 d_{EXP} 和 A_{RMS} 都较小，随机潮流的结果与蒙特卡罗法的结果基本一致。

表 1 PQ 节点电压幅值的 A_{RMS}
Tab. 1 A_{RMS} of nodal voltage magnitude

电压	d_{EXP}	$A_{RMS}/\%$	电压	d_{EXP}	$A_{RMS}/\%$
U_3	0.0003	0.021	U_{10}	0.0003	0.031
U_4	0.0003	0.034	U_{11}	0.0002	0.026
U_5	0.0002	0.018	U_{12}	0.0003	0.014
U_6	0.0003	0.021	U_{19}	0.0001	0.036
U_8	0.0002	0.026	U_{20}	0.0001	0.029
U_9	0.0003	0.023	U_{24}	0.0001	0.027

分析 RTS24 节点系统发现每台核电机组的容量为 400MW，占负荷总量的 14%，而且其故障率最大(12%)，对电压和支路功率分布的影响很大。在当前实际运行的系统中，单台机组的容量占如此大的比重是鲜见的。取有功负载较大的支路 3-24、14-16、16-17 和有功适中的支路 7-8 以及有功负载很小支路 1-3 分析，2 种方法支路有功的期望值之差 (取绝对值，除以基准状态下的值) 和 A_{RMS} 如表

2 所示。其中，下标 1、2 分别表示考虑和不考虑核电机组故障的结果。图 5 给出了 2 种计算条件下支路 3-24 的分布函数曲线的比较。

表 2 几条支路有功的 A_{RMS}

Tab. 2 A_{RMS} of active power of several branches

线路有功	$d_{EXP1}/\%$	$A_{RMS1}/\%$	$d_{EXP2}/\%$	$A_{RMS2}/\%$
P_{1-3}	3.663	0.0226	3.305	0.0194
P_{3-24}	0.574	0.0417	0.117	0.0365
P_{7-8}	1.124	0.0528	0.209	0.0034
P_{14-16}	2.891	0.0770	2.359	0.0405
P_{16-17}	2.27	0.0638	1.460	0.0264

随机潮流和蒙特卡罗法用 C++ 语言编程实现，在 CPU 主频为 2.8GHz、内存为 512M 的 PC 上运算，计算耗时如表 3 所示。蒙特卡罗法的第 2 种终止条件为所有支路有功功率之和的样本期望值的标准差小于 3MW，平均抽样次数为 9420 次。随机潮流算法可在不到 2s 的时间内给出所有节点电压和支路功率的分布函数，而蒙特卡罗法即使采用第 2 种终止条件，其耗时也达前者的 30 倍。表中还显示了采用等效注入功率对计算时间的微弱贡献，随着系统规模的增大及故障支路和发电机的增多，此法对提高计算效率的贡献会更明显。

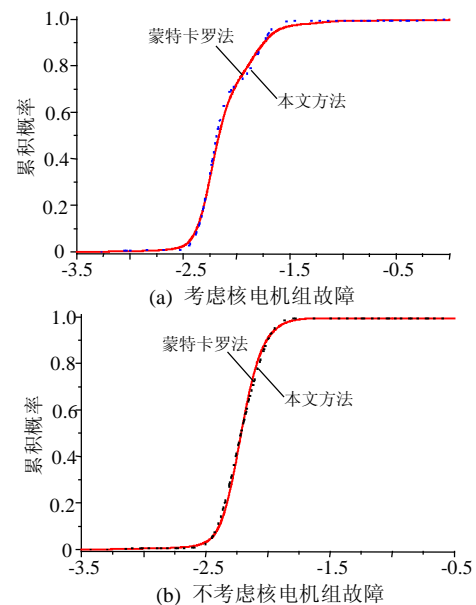


图 5 支路 3-24 有功潮流概率分布比较
Fig. 5 CDC comparison of active power flow of line 3-24

表 3 计算时间比较

Tab. 3 Computation time comparison

方法	耗时/s
MC(9420 次)	45.32
MC(50000 次)	228.73
PR(7 阶矩, $\Delta C_f=0.1$)	1.45
PR(9 阶矩, $\Delta C_f=0.1$)	1.52
PR(7 阶矩, $\Delta C_f=0$)	1.48
PR(9 阶矩, $\Delta C_f=0$)	1.60

6.2 某区域电网

以此系统的冬大方式为例，算例的目的是以随机潮流为工具，检验此运行方式下输电网的充裕度，

以发现潜在的问题并对可能的校正方案进行检验。此系统有节点 682 个、支路 973 条、发电机 130 台。负荷波动的标准差取期望值的 3%，考虑可能故障的支路为 134 条， ΔC_f 取值为 0.05rad。若不考虑发电机故障，随机潮流则相当于考虑负荷波动的断线校验工具，可给出节点电压和支路功率越限的概率。从计算结果中发现某省内的多个节点电压越限的概率较大（在基准状态，已有一些节点的电压低于 0.9pu）。如果在 163 号节点投入 200Mvar 的补偿电容，则电压越限的概率将大为降低，补偿前、后的结果如表 4 所示。

表 4 部分节点电压小于 0.9pu 的概率

Tab. 4 Probabilities of voltage magnitude lower than 0.9pu of several nodes

节点号	概率/%		节点号	概率/%	
	补偿前	补偿后		补偿前	补偿后
7	86.81	1.52	157	28.88	0.40
139	19.38	0.84	158	98.23	5.32
140	1.20	0.01	161	27.76	0.72
141	60.51	2.50	162	98.02	4.65
156	83.62	1.49	163	98.20	5.02

现考察线路潮流可能越限的情况。其中由节点 161 至节点 163 向负荷中心输送功率的支路有 16.93% 的概率过载，在系统运行时需特别关注此支路。由于负荷附近没有发电出力可调，此线路过载后可以考虑切除 150 号节点的部分负荷。此节点上负荷的有功大小为 862MW。其他条件不变，切除 100MW 和 150MW 负荷后此线路过载的概率则分别变为 1.70% 和 1.66%，多切 50MW 对降低线路过载概率的贡献不大。而若切除 200MW 的负荷，线路过载的概率降低为 0.44%。

蒙特卡罗法采用与上例相同的第 2 种收敛条件，平均抽样次数为 6608 次，耗时约 604s（5 万次抽样约需 75min）。而应用随机潮流进行一次运行方式分析的耗时约为 34s，随机潮流体现出了明显的速度优势，可望实时应用。

7 结论

在随机潮流模型中，如何考虑线路的随机故障是一个较难解决的问题。本文给出了一种统一处理线路故障、发电机故障和负荷离散分布的方法。为提高效率，应用了线性化的潮流方程；为减小误差，则重新计算潮流以获得节点电压和支路功率的变化量，同时采用补偿法以加快计算速度。

由随机变量的半不变量求分布函数是随机潮流的另一难点。本文将待求随机变量的连续和离散分布部分分开计算，以 Von Mises 提出的方法求离散分布。通过卷积可简单地推导出随机变量的概率密

度函数和分布函数。

算例测试结果表明，考虑线路故障的随机潮流可发现系统潜在的薄弱环节。与蒙特卡罗法相比，本文的随机潮流方法计算结果令人满意且计算速度很快。通过对实际系统运行方式的分析表明：随机潮流可检验此系统运行的充裕度，对校正方案进行评估。随机潮流的计算速度快，可望成为在线分析的工具。随着对系统安全的日益关注和电力工业的市场化，随机潮流将发挥更大的作用并期待进一步的研究。

参考文献

- [1] Zhang Pei, Lee Stephen T. Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion [J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2004, 19(1): 676-682.
- [2] 任震, 万官泉, 黄雯莹. 参数不确定的配电系统可靠性区间评估[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(12): 68-73.
Ren Zhen, Wan Guanquan, Huang Wenyong. An interval approach to evaluate distribution system reliability with parameters uncertainty [J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(12): 68-73.
- [3] 周孝信, 郑健超, 沈国荣, 等. 从美加东北部电网大面积停电事故中吸取教训[J]. 电网技术, 2003, 27(9): T1.
- [4] 印永华, 郭剑波, 赵建军, 等. 美加“8.14”大停电事故初步分析及应吸取的教训[J]. 电网技术, 2003, 27(10): 8-11.
Yin Yonghua, Guo Jianbo, Zhao Jianjun et al. Preliminary analysis of large scale blackout in interconnected North America power grid on August 14 and lessons to be drawn [J]. Power system technology, 2003, 27(10): 8-11.
- [5] 胡学浩. 美加联合电网大面积停电事故的反思和启示[J]. 电网技术, 2003, 27(9): T2-T6.
Hu Xuehao. Rethinking and enlightenment of large scope blackout in interconnected north America power grid [J]. Power system technology, 2003, 27(9): T2-T6.
- [6] 韩祯祥, 曹一家. 电力系统的安全性及防护措施[J]. 电网技术, 2004, 28(9): 1-6.
Han Zhenxiang, Cao Yijia. Power system security and its prevention [J]. Power system technology, 2004, 28(9): 1-6.
- [7] 赵希正. 强化电网安全 保障可靠供电——美加“8.14”停电事件给我们的启示[J]. 电网技术, 2003, 27(10): 1-7.
Zhao Xizheng. Strengthen power system security to ensure reliable delivery [J]. Power System Technology, 2003, 27(10): 1-7.
- [8] 刘鹏, 吴刚. 世界范围内两起典型电压崩溃事故分析[J]. 电网技术, 2003, 27(5): 35-37.
Liu Peng, Wu Gang. Analyses of two typical voltage collapse incidents worldwide [J]. Power System Technology, 2003, 27(5): 35-37.
- [9] 何大愚. 一年以后对美加“8.14”大停电事故的反思[J]. 电网技术, 2004, 28(21): 1-5.
He Deyu. Rethinking over ‘8.14’ US-canada blackout after one year [J]. Power System Technology, 2004, 28(21): 1-5.
- [10] 曹一家, 江全元, 丁理杰. 电力系统大停电的自组织临界现象[J]. 电网技术, 2005, 29(15): 1-5.
Cao Yijia, Jiang Quanyuan, Ding Lijie. Self-organized criticality

- phenomenon for power system blackouts[J]. *Power System Technology*, 2005, 29(15): 1-5.
- [11] 唐葆生. 伦敦地区大停电及其教训[J]. *电网技术*, 2003, 27(11): 1-5.
Tang Baosheng. Blackout in south of london and its lessons[J]. *Power System Technology*, 2003, 27(11): 1-5.
- [12] 刘永奇, 谢开. 从调度角度分析 8·14 美加大停电[J]. *电网技术*, 2004, 28(8): 10-15, 45.
Liu Yongqi, Xie Kai. Analysis on blackout of interconnected north america power grid occurred on aug.14, 2003 from the viewpoint of Power system dispatching[J]. *Power System Technology*, 28(8): 10-15, 45.
- [13] 丁明, 李生虎, 吴红斌. 电力系统概率充分性和概率稳定性的综合评估[J]. *中国电机工程学报*, 2003, 23(3): 20-25.
Ding Ming, Li Shenghu, Wu Hongbin. Integrated evaluation of power system adequacy and stability [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2003, 23(3): 20-25.
- [14] Ni Ming, McCalley James D, Vittal Vijay *et al.* Online risk-based security assessment [J]. *IEEE Trans. on Power Systems*, 2003, 18(1): 258-265.
- [15] Borkowska B. Probabilistic load flow[J]. *IEEE Trans. on Power App. Syst*, 1974, 93(3): 752-759.
- [16] Allan R N, Al-Shakarchi M R G. Probabilistic techniques in a. c. load-flow analysis [J]. *Proc. IEE*, 1977, 124(2): 154-160.
- [17] Leite da Silva A M, Allan R N, Soares S M *et al.* Probabilistic load flow considering network outages[J]. *IEE Proc., Part C*, 1985, 132(3): 139-145.
- [18] Sanabria L A, Dillon T S. Stochastic power flow using cumulants and Von Mises functions[J]. *Electrical Power and Energy Systems*, 1986, 8(1): 47-60.
- [19] 王锡凡, 王秀丽. 电力系统随机潮流分析[J]. *西安交通大学学报*, 1988, 22(2): 87-97.
Wang Xifan, Wang Xiuli. Probabilistic load flow analysis in power systems [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 1988, 22(2): 7-97.
- [20] 王成山, 余旭阳. 一种临界故障切除时间概率分布的求解方法[J]. *中国电机工程学报*, 2004, 24(1): 6-10.
Wang Chengshan, Yu Xuyang. A method for computing the probability distribution of fault critical clearing time[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2004, 24(1): 6-10.
- [21] 王克文, 钟志勇, 谢志棠, 等. 混合使用中心矩与累加量的电力系统概率特征根分析方法[J]. *中国电机工程学报*, 2000, 20(5): 37-41.
Wang Keen, Zhong Zhiyong, Tse C T *et al.* A hybrid algorithm using moment and cumulant for power system probabilistic eigenvalue analysis[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2000, 20(5): 37-41.
- [22] Richard Von Mises. *Mathematical theory of probability and statistics*[M]. Academic Press, New York and London, 1964.
- [23] Allan R N, Leite de Silva A M, Burchett R C. Evaluation methods and accuracy in probabilistic load flow solutions[J]. *IEEE Trans. Power App. Syst*, 1981, 100(5): 2539-2546.
- [24] 王锡凡, 王秀丽. 实用电力系统静态安全分析[J]. *西安交通大学学报*, 1988, 22(1): 25-36.
Wang Xifan, Wang Xiuli. Practical contingency analysis of power systems[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 1988, 22(1): 25-36.
- [25] 吴际舜. 电力系统静态安全分析[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1985.
- [26] Maurice Kendall, Alan Stuart. *The advanced theory of Statistics* [M]. Volume 1, fourth edition. London: C. Griffin, 1977.
- [27] Tian W D, Sutanto D, Lee Y B *et al.* Cumulant based probabilistic power system simulation using laguerre polynomials[J]. *IEEE Trans. on Energy Conversion*, 1989, 4(4): 567-574.
- [28] Grigg C, Wong P, Albrecht P *et al.* The IEEE reliability test system 1996 [J]. *IEEE Trans. on Power Systems*, 1999, 14(3): 1010-1020.

收稿日期: 2005-10-08。

作者简介:

胡泽春 (1979-), 男, 博士研究生, 从事电力系统无功优化和电力市场方面的研究;

王锡凡 (1936-), 男, 教授, 博士生导师, 从事电力系统分析、规划及电力市场的教学研究;

张显 (1977-), 男, 博士研究生, 从事电力市场双边交易、优化和预测方面的研究;

王秀丽 (1961-), 女, 教授, 博士生导师, 从事电力系统规划、可靠性及电力市场的教学与研究。